# Situación de aprendizaje #2

## FECHA: NOVIEMBRE 23 DE 2015
## SESIÓN 1: INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

Lic. Jeisson Gustin

# Metas a alcanzar

- Utiliza  números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.

- Comprende y aplica los algoritmos aditivos y de producto para construir expresiones equivalentes a una expresión algebraica dada, que modelen situaciones problema.

- ***Situación 1***: **Lenguaje algebraico**

En un juego, Carmen, Laura, Alma, Sandra, Nora y Letty se comunican en ese orden lo siguiente:

Carmen le dice un número a Laura; Laura le suma 6 y se lo dice a Alma; Alma le resta 2 y se lo dice a Sandra; Sandra lo multiplica por 4 y se lo dice a Nora; Nora le resta 8 y se lo dice a Letty, finalmente esta última tiene que "adivinar" qué número le dio Carmen a Laura. El problema para Letty además de adivinar es recordar todas las operaciones que se hicieron en el transcurso del juego.

***¿Cómo podría Letty adivinar el número?***

Letty decide hacer una fórmula para recordar el proceso mientras adivina el número inicial, y lo hace de la siguiente forma.

| | |
|---|---|
| Letty le pone letra al primer número proporcionado por Carmen | $C$ |
| **Laura** le suma 6 | $C+6$ |
| Alma le resta 2 | $C+6-2$ |
| Sandra lo multiplica por 4 | $4(C+6-2)$ |
| Nora le resta 8 | $4(C+6-2)-8$ |

Si el número que Nora le da a Letty es el 48, ¿Qué número fue el que pensó Carmen?

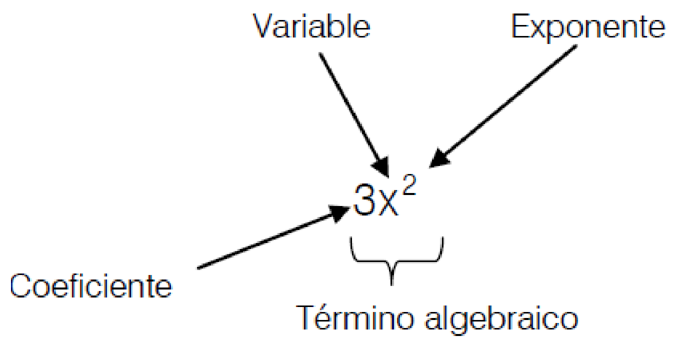
$$L=4(C+6-2)-8$$

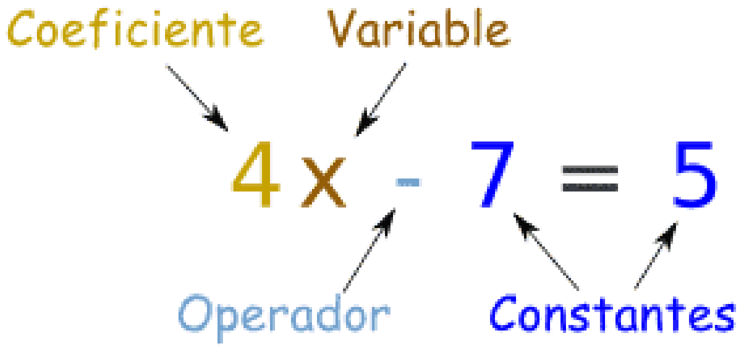
¿Podría Letty reducir su fórmula a una más simple? ¿Cómo?

$$L=4C+8$$

# FECHA: NOVIEMBRE 27 DE 2015
# SESIÓN 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Al trasladar del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, se requiere el uso del alfabeto y los números, los cuales adquieren nombres especiales, como son:




- ***Variable:*** *Una* ***variable*** *es aquello que varía o puede variar, es un símbolo que representa los elemento no especificados de un conjunto dado. Se representa por una letra.*
- ***Expresión algebraica:*** Es una combinación, de manera finita, de números y Variables por medio de operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.
- ***Incógnita:*** *es una variable que hace referencia a único valor desconocido.*

Para facilitar el proceso se debe convertir el lenguaje verbal al lenguaje algebraico y viceversa, teniendo en cuenta que las operaciones fundamentales de adición (suma), sustracción (resta), multiplicación y división se expresan con palabras especiales tales como:

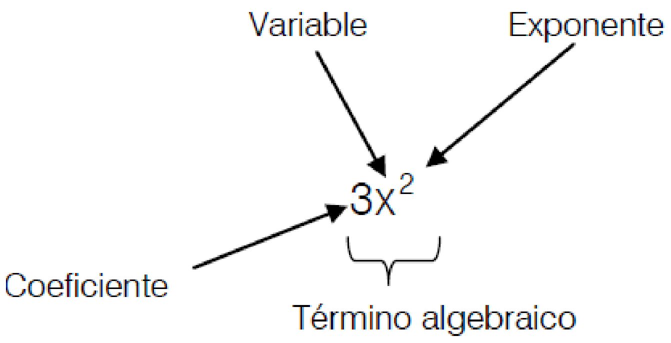
- Suma: Gana, aumenta, más, se incrementa, crece, etc.
- Resta: Diferencia, menos, disminuye, baja, pierde, decrece, etc.
- Multiplicación: Producto, dos veces, doble o duplo, triple, cuádruplo, etc.
- División: Dividido por, cociente, razón, mitad, tercera parte, semi, etc.
- También en un problema algebraico la palabra “es”, “resulta”, “se obtiene” etc., es dada por el símbolo de la igualdad (=).

La siguiente tabla contiene algunas expresiones comunes utilizadas en Álgebra.

| Lenguaje verbal | Lenguaje algebraico |
|---|---|
| Un número aumentado en 4 | $x+4$ |
| La semisuma de dos números | $\frac{m+n}{2}$ |
| La diferencia de dos números | $a-b$ |
| El cociente de dos números aumentado en 2 | $\frac{x}{y}+2$ |
| Un número par | $2n$ |
| El producto de dos números | $xy$ |
| La suma de tres números consecutivos | $n+(n+1)+(n+2)$ |

| | |
|---|---|
| El triple de un número | $3a$ |
| La edad del padre hace 5 años | $x-5$ |
| La edad de María es el quíntuplo de la edad de Daniel | $m=5d$ |
| El producto de los cuadrados de dos números | $x^2y^2$ |
| El cubo de la suma de dos números | $(a+b)^3$ |
| La raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de dos números | $\sqrt{x^2+y^2}$ |

***Término:*** es una combinación de variables y números a través de multiplicaciones y divisiones.




***Factor:*** es cada uno de los componentes de un término.

***Coeficiente:*** Número o parámetro que se escribe a la izquierda de una variable o incógnita y que indica el número de veces que este debe multiplicarse.

***Grado de un polinomio:*** es el mayor exponente de sus términos.

***Valor numérico:*** corresponde al valor que se obtiene de sustituir las variables en una expresión algebraica y realizar las operaciones correspondientes

# Clases de expresiones algebraicas:

- 1ª- Si una expresión algebraica está formada por un solo término se llama ***monomio***. Ej: $3x^2$
- 2ª- Toda expresión algebraica que esté formada por dos términos se llama ***binomio***. Ej: $2x^2 + 3xy$
- 3ª- Toda expresión algebraica formada por tres términos se llama ***trinomio***.
- Ej: $5x^2 + 4y^5 - 6x^2 y$
- 4ª- Si la expresión algebraica tiene varios términos se llama ***polinomio.***

# Complete la siguiente tabla:

| **Expresión** |
|---|
| $2X^2 + 7y$ |
| $-15Z^3 + 10Y^2 - 12W$ |
| $-7xy^2w^3$ |

**Expresión**

$12Y^3 + 15Y^2 - 25Y - 10$

$W^2Z^3X^5 - X^2W^7Z^4$

$(-3/4)\ X^2Y^3Z^5$

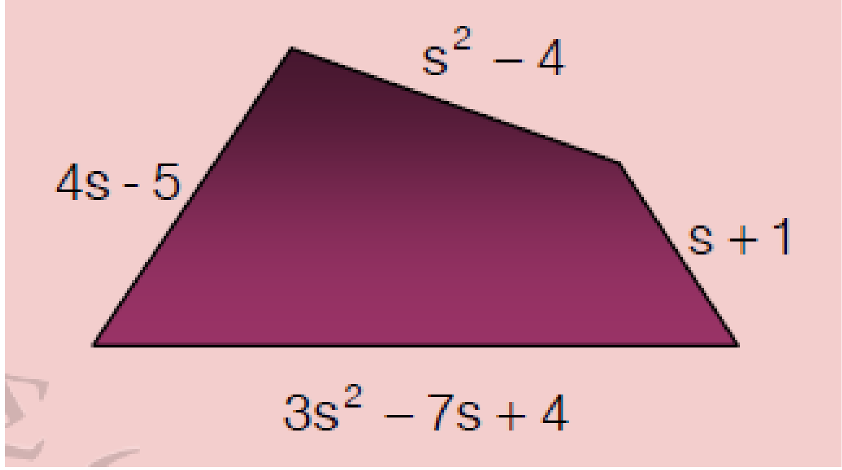
# Fecha: noviembre __ de 2015
# sesión 3: taller de expresiones algebraicas

- Trabajo en clase.
- Resuelve el taller aplicando los conceptos trabajados en las sesiones 1 y 2.

Fecha: Enero __ de 2016
sesión 7: Adición de expresiones algebraicas

Determine el perímetro del polígono

- ¿Como se calcula el perímetro de un polígono?
- Represente en una sola expresión el perímetro del polígono.
- ¿Cómo se podría representar la expresión anterior en una expresión más simple?
- ¿Qué puede significar el concepto de términos semejantes?

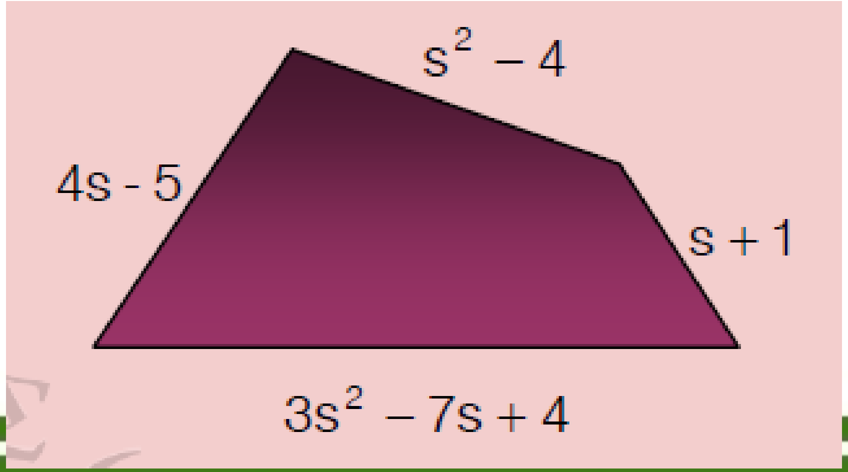


En una expresión algebraica se llaman **términos semejantes** a todos aquellos términos que tienen igual factor literal, es decir, a aquellos términos que tienen **iguales letras** (símbolos literales) e **iguales exponentes.**

Por ejemplo:

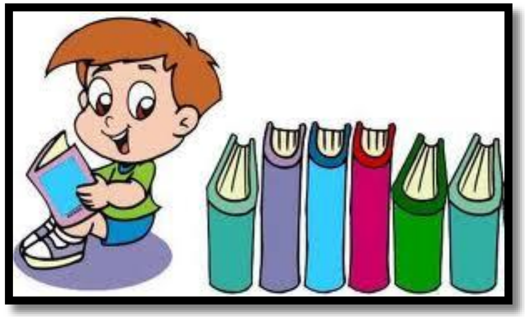
- $6\ a^2b^3$ es término semejante con $-\ 2\ a^2b^3$ porque ambos tienen el mismo factor literal ($a^2b^3$)
- $1/3\ x^5yz$ es término semejante con $x^5yz$ porque ambos tienen el mismo factor literal ($x^5yz$)
- $0{,}3\ a^2c$ no es término semejante con $4\ ac^2$ porque los exponentes no son iguales, están al revés.

- **Reducir** términos semejantes significa **sumar o restar los coeficientes numéricos** en una expresión algebraica, que tengan el mismo factor literal.
- Para desarrollar un ejercicio de este tipo, se suman o restan los coeficientes numéricos y se **conserva el factor literal.**



# PROBLEMA Nº1

El lado de un cuadrado mide (2x+3)m de lado, determinar su perímetro.



1°

Graficando la figura especificada, se observa que todos los lados son iguales.

(2x+3)m

(2x+3)m  (2x+3)m

(2x+3)m

2°

Aplicamos ya sea la multiplicación por 4, o la suma de los 4 polinomios.

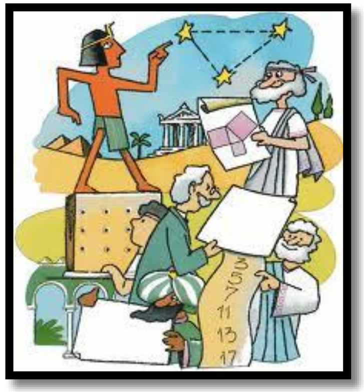
$P = 4\,(2x+3)\ m$

$P = (8x + 12)m$

$$
\begin{array}{rl}
P = & (2x+3)m \quad + \\
 & (2x+3)m \\
 & (2x+3)m \\
 & (2x+3)m \\
\hline
P = & (8x+12)m
\end{array}
$$

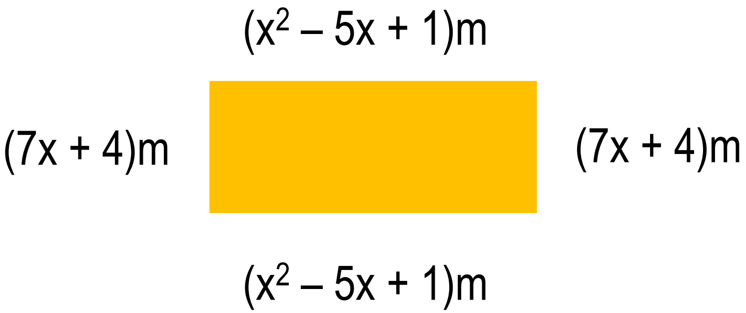
Respuesta: El perímetro es (8x+12)m

# PROBLEMA Nº2



La base de un rectángulo mide $(x^2 – 5x + 1)$m y su altura $(7x + 4)$m . ¿Cuál es su perímetro?

1° Graficando la figura especificada, se observa que existen 2 lados de igual medida entre sí.




2° Aplicamos ya sea la multiplicación por 2 de ambos lados y luego la suma de los productos:

$$P = 2\,(x^2 – 5x + 1) + 2\,(7x + 4)$$
$$P = 2x^2 – 10x + 2 + 14x + 8$$
$$P = 2x^2 + 4x + 10$$

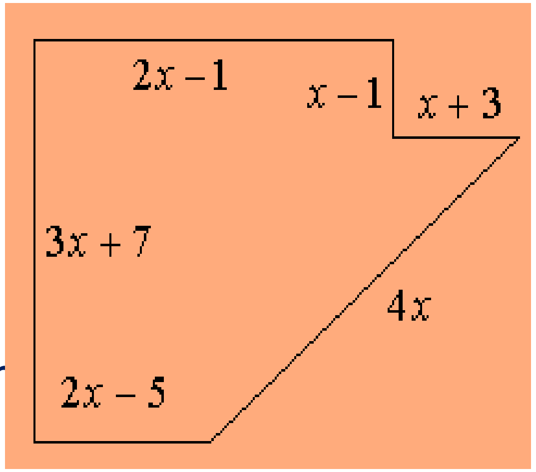
O la suma de los 4 polinomios.

$$\begin{array}{r} P = x^2 – 5x + 1 \;+ \\ x^2 – 5x + 1 \\ 7x + 4 \\ 7x + 4 \\ \hline P = 2x^2 + 4x + 10 \end{array}$$

Respuesta: El perímetro es $(2x^2 + 4x + 10)$m

# PROBLEMA Nº3

¿Cuál es el perímetro de la siguiente figura?



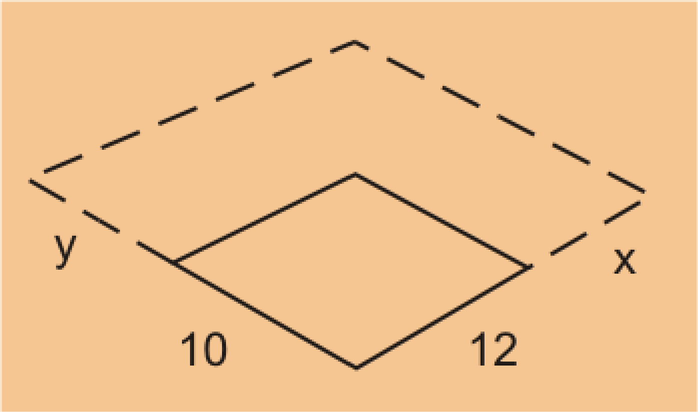

Observamos que la siguiente figura tiene 6 lados, de manera que para perímetro solo tenemos que sumar dichos los 6 polinomios que represer uno de sus lados.

$$\begin{array}{l} P = 2x - 1 \;+ \\ \quad x - 1 \\ \quad x + 3 \\ \quad 4x \\ \quad 2x - 5 \\ \quad 3x + 7 \\ \hline P = 13x + 3 \end{array}$$

Respuesta: El perímetro es 13x + 3

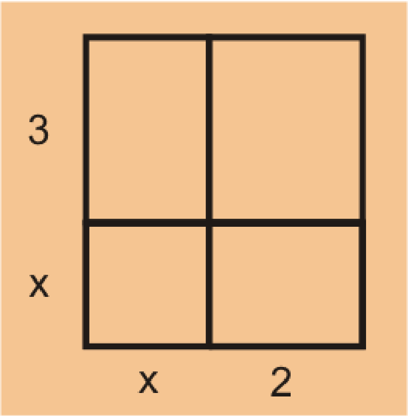
# Fecha: Febrero __ de 2016
# sesión 13: Adición y producto de Polinomios

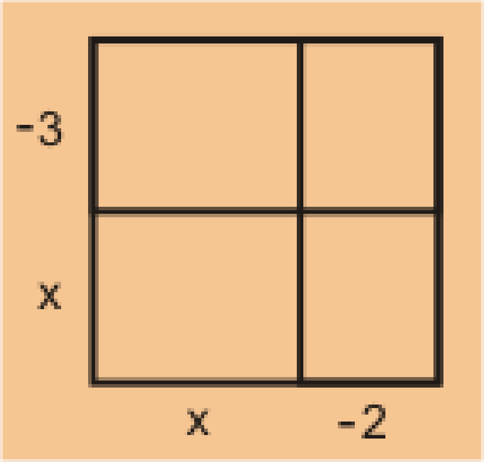
Supongamos que una familia está considerando ampliar el tamaño de su casa, donde el ancho actual es de 12 metros y su largo actual es 10 metros.

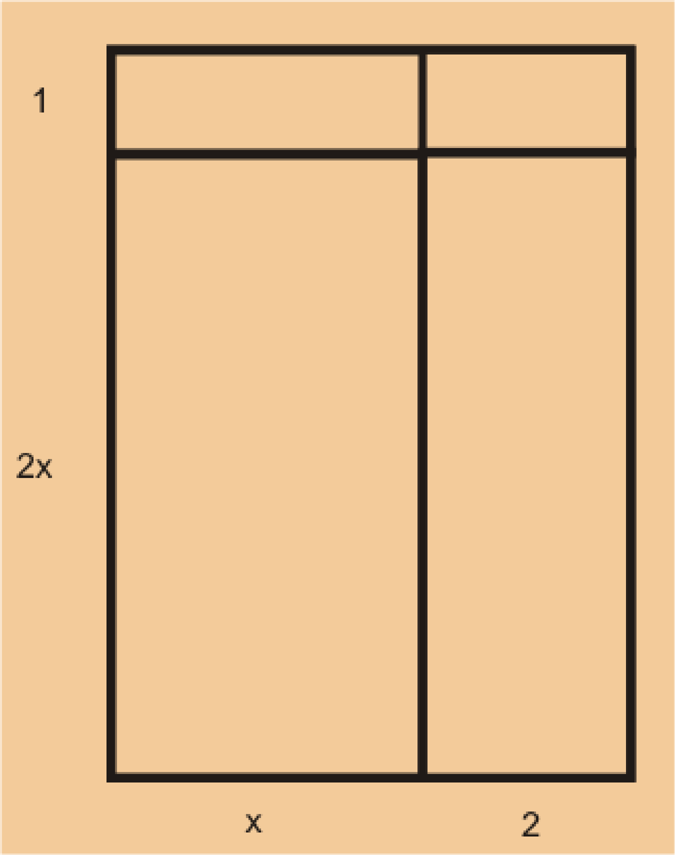



La familia aún no está segura de cuánto desean ampliar la casa por lo que asumen que el ancho se ampliará en x metros y que su largo se extenderá en y metros. Con esta información identifique las expresiones que representan el perímetro y el área de la casa si se amplía.

- Determine el área y el perímetro de cada rectángulo:

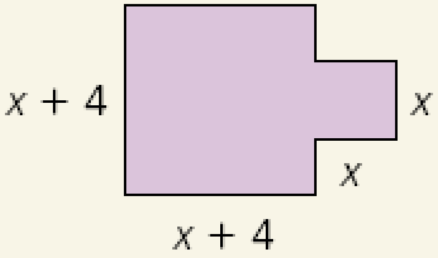


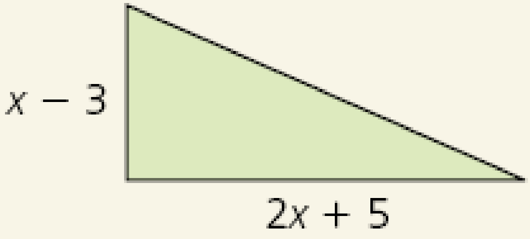



**12.** Expresa el área de cada figura mediante un polinomio reducido.

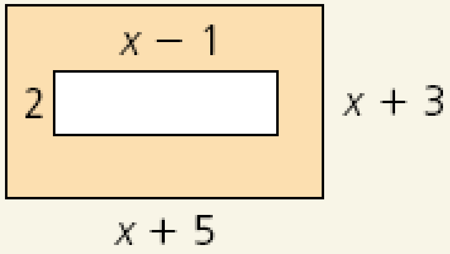
a)



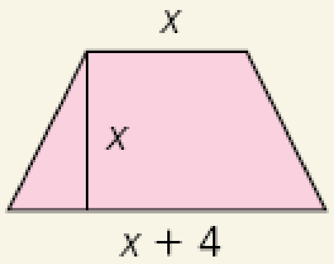

b)




c)

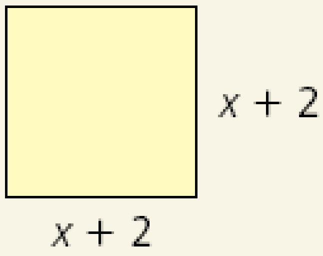



d)

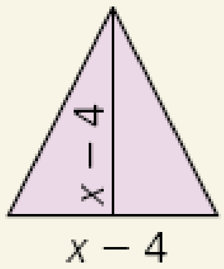



**13.** Expresa el área de cada figura mediante un polinomio. Utiliza las igualdades notables.

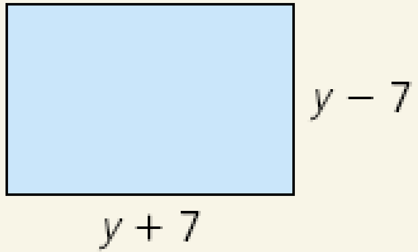
a)



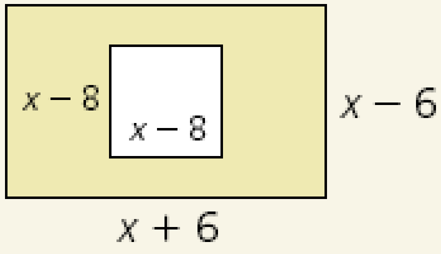

b)




c)




d)



Fecha: Febrero __ de 2016

# sesión 15: División de monomios


## Motivación

Una fábrica de alimentos empaca su producto en cajas de formas cúbicas que poseen volúmenes de $125x^3$, dichas cajas son empacadas en un recipiente cúbico de $1500x^{12}$ de volumen. ¿Cuántas cajas caben en el recipiente grande? ¿Cómo puedes resolver esta situación?

Efectuando una división, es decir:

$$1500x^{12} \div 125x^3$$

Al operar tienes: $$\frac{1500x^{12}}{125x^3} = 12x^{12-3} = 12x^9$$

Caben $12x^9$ cajas.

### Punto de apoyo

Recuerda que en la división algebraica debes usar la propiedad de cociente de potencias de igual base:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

## Ejemplo 1

José, encargado de una bodega tiene que cargar un contenedor que tiene una capacidad de $100x^{21}$ más otro contenedor de $50x^{12}$ de volumen los cuales contienen material almacenado en cajas de $5x^3$ de volumen, ¿cómo crees que José encontrará la cantidad de cajas que irán en los contenedores?

## Solución:

Mediante una división, que la planteas así:

$$(100x^{21}+50x^{12})\div(5x^3)$$

$$\frac{100x^{21}+50x^{12}}{5x^3} = \frac{100x^{21}}{5x^3}+\frac{50x^{12}}{5x^3} = 20x^{21-3}+10x^{12-3} = 20x^{18}+10x^9$$

A partir de este ejercicio, puedes observar que:

Para dividir un polinomio entre un monomio se divide cada término del polinomio entre el monomio y sumas algebraicamente los cocientes que resultan.

## Ejemplo 2

Efectúa:

$$(9a^6b^5-6a^5b^4+12a^4b^3)\div(3a^3b^2)$$

$$\frac{9a^6b^5}{3a^3b^2}-\frac{6a^5b^4}{3a^3b^2}+\frac{12a^4b^3}{3a^3b^2}$$

$$3a^3b^3-2a^2b^2+4ab$$

## 1 Actividad

Realiza las siguientes divisiones:

a) $(9a^6b^5 - 6a^5b^4 + 12a^4b^3) \div (3a^3b^2)$

b) $(16c^8 - 8c^7 - 12c^4 + 4c^3) \div (2c^3)$

c) $\left(\frac{2a^4}{3} - \frac{3a^3}{2} + \frac{5a}{3}\right) \div \left(\frac{a}{3}\right)$

d) $\left(14m^3n^2 + \frac{4m^2n^3}{5} - 3mn^4\right) \div (mn)$

# Fecha: Febrero __ de 2016
# sesión 15: División de Polinomios

El área de la pizarra está expresada por el polinomio $x^2 + 5x + 6$; sabes que el ancho mide $x + 2$ .¿cuál es el largo de la pizarra?

¿Cómo puedes resolver esto? El área del rectángulo es igual al producto de la base por la altura, es decir:

$$A = bh$$

En este caso, conoces el área y la altura, entonces tienes que al despejar la base queda así: $b = \dfrac{A}{h}$

Esto significa que para darle solución a la situación planteada, tienes que efectuar la operación:

$$x^2 + 5x + 6 \div x + 2$$

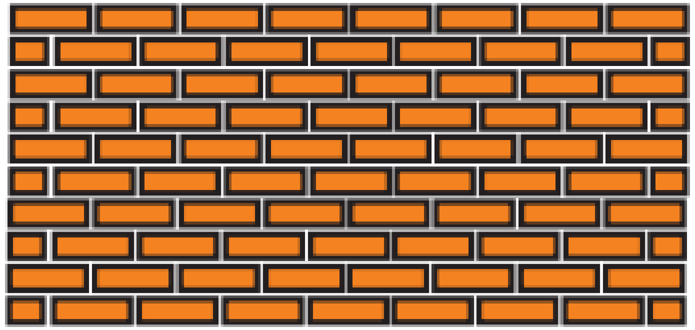
Para realizar la división procedes de la siguiente manera:

| | |
|---|---|
| Paso 1 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$ | Ordenas los polinomios descendentemente con respecto al exponente de la letra, no siempre se da el caso que los polinomios tengan completo sus términos, entonces se coloca un cero en el lugar del término que falta. |
| Paso 2 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$<br>$x$ | Divides el primer término del dividendo entre el primer termino del divisor y el resultado es el primer término del cociente, así: $x^2 \div x = x$ |
| Paso 3 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$<br>$\underline{-x^2-2x}\quad x$<br>$0+3x$ | Ahora, multiplicas el cociente calculado ($x$), por el divisor:<br>$x(x+2) = x^2 + 2xy$ lo restamos del dividendo.<br>La resta da un residuo de $3x$. |
| Paso 4 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$<br>$\underline{-x^2-2x \downarrow}\quad x$<br>$0+3x+6$ | Luego a este residuo, agregas (bajas) el término que falta del dividendo, en este caso particular es 6.<br>Observa que el residuo no es cero y que el exponente de la variable es igual al del divisor. |
| Paso 5 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$<br>$\underline{-x^2-2x \downarrow}\quad x+3$<br>$0+3x+6$ | Después de observar el residuo, nota que puedes continuar la división.<br>Regresa entonces al paso 2 y efectúa. |
| Paso 6 $x^2+5x+6 \;\lfloor\underline{x+2}$<br>$\underline{-x^2-2x \downarrow}\quad x+3$<br>$0+3x+6$<br>$\underline{-3x-6}$<br>$0 \quad 0$ | Multiplica $3(x+2) = 3x+6$, luego restas y llegas a un residuo cero.<br>En este caso la división es exacta.<br>Si el residuo no es cero y el mayor exponente del mismo es menor que el exponente del divisor, el cociente es inexacto y la división termina. |

## Ejemplo 3

Encuentra la base de una pared que tiene un área de $6x^2 + 11x + 4$ con la altura señalada en la figura.

$2x+1$



$$
\begin{array}{rrr|l}
6x^2 & +11x & +4 & 2x+1 \\
\cline{4-4}
-6x^2 & -3x & & 3x+4 \\
\cline{1-3}
 & 8x & +4 & \\
 & -8x & -4 & \\
\cline{2-3}
 & 0 & 0 &
\end{array}
$$

La base de la pared es $3x + 4$

## Solución:

Así como el ejemplo anterior, tienes que la operación a realizar es:

$$6x^2 + 11x + 4 \div 2x + 1$$

## 2 Actividad

Efectúa las siguientes divisiones.

a) $5a^2+8ab-21b^2$ entre $a+3b$

b) $4x^3+5x-6$ entre $2x-3$

c) $4c^3+5+4c^2-13c$ entre $2c+5$

d) $10x+8x^3+1$ entre $4x+2$

e) $6x^4+13x^3+15x-6$ entre $2x^2-x+2$